

Fonction logarithme décimal

➤ Approche :

Soit la fonction exponentielle $f: x \rightarrow 10^x$ ($f(x) = 10^x$),

pour tout x , $\log(10^x) = x$, la fonction logarithme décimal est la fonction inverse de la fonction exponentielle de base 10.

Sur la calculatrice la fonction logarithme décimal s'obtient avec la touche « log »

Compléter le tableau :

x	-1	0	0,01	0,1	0,5	1	3	5	10	20
$\log(x)$										

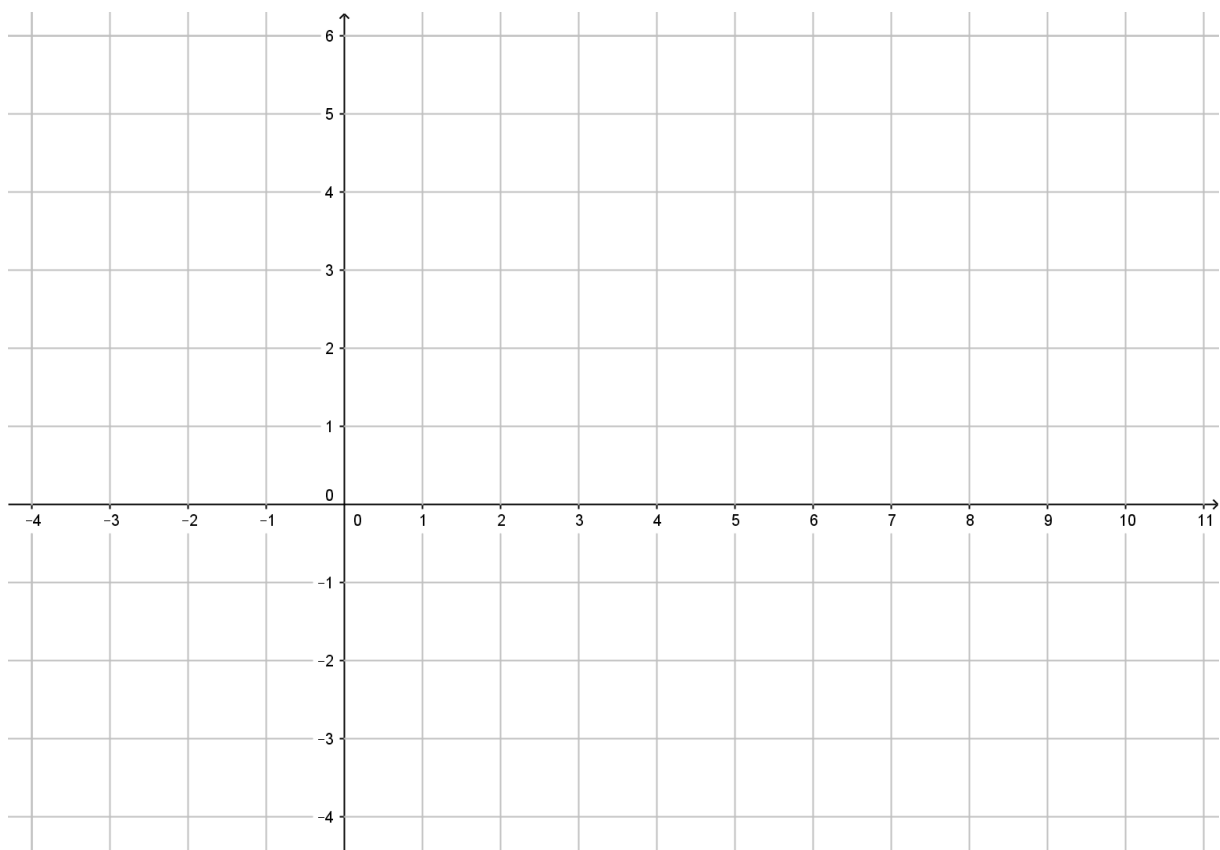
La fonction logarithme décimal est définie sur l'intervalle] ; [

➤ Représentation graphique :

A partir du tableau précédent, placer sur le repère suivant les points de coordonnées $(x, \log(x))$.

Déterminer graphiquement la valeur de x qui vérifie $\log(x)=1$: $x = 10$

La fonction logarithme décimal est sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$



Fonction logarithme décimal

➤ Tableau de variation :

x	0	1	$+\infty$
$\log(x)$			

➤ Propriétés opératoires

Compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats au centième :

a	b	$\log(a) + \log(b)$	$\log(a \times b)$	$\log(a) - \log(b)$	$\log(a/b)$	$b \times \log(a)$	$\log(a^b)$
2	3						
2	5						
0,5	14						
7,9	4,2						
6,3	8						

Comparer les résultats obtenus :

$$\log(a \times b) = \dots + \dots$$

$$\log(a/b) = \dots - \dots$$

$$\log(a^b) = \dots \times \dots$$

$$\log(10) = \dots \text{ et } \log(1) = \dots$$

➤ Application à la résolution d'équations

- Résoudre l'équation $2^x = 1024$
 $\log(2^x) = \log(1024)$
 $x \log(2) = \log(1024)$

$$x = \frac{\log(1024)}{\log(2)} = 10$$
- La population d'une ville s'accroît chaque année de 1%. Dans combien d'année la population sera-t-elle passée de 45 000 à 49 216 habitants ?

Cela équivaut à résoudre l'équation $49216 = 45000 \times 1,01^n$,

$$\text{soit } \log 49\,216 = \log(45000 \times 1,01^n)$$

$$\log 49\,216 = \log(45000) + \log(1,01^n)$$

$$\log 49\,216 = \log(45000) + n \log(1,01)$$

$$\text{d'où } n = \frac{\log 49216 - \log 45000}{\log 1,01} = 9 \text{ ans}$$

Fonction logarithme décimal

- Imaginons un heureux capitaliste dont la fortune est multipliée par 10 chaque année :

Nombre d'années n	0	1	2	3	...
Fortune F (€)	1	10	100	1 000	...

Quelle sera sa fortune au bout de 7 ans ?

Au bout de combien d'années deviendra-t-il milliardaire ?

[illegible]

- La population d'un pays augmente de 2% par an :

Nombre d'années n	0	1	2	3	...
Population P (millions d'hab.)	65				...

Quelle sera sa population au bout de 7 ans ?

Au bout de combien d'années dépassera-t-on 100 millions d'habitants ?

[illegible]