

➤ *Histoire de galaxie*

La distance des planètes du système solaire au soleil a toujours passionné les astronomes. C'est ainsi que l'on a pu déterminer au fil des années les distances de certaines d'entre-elles. Avec l'arrivée de nouveaux télescopes et de techniques toujours plus performantes, on a pu établir la distance d'autres étoiles et galaxies au soleil. Il a fallu pour cela déterminer une nouvelle unité de mesure plus adaptée, l'*année lumière (al)*. C'est la distance parcourue par la lumière en une année, soit environ 9 461 milliards de kilomètres.

Dans le tableau ci-dessous, voici quelques-unes de ces distances.

Planète ou étoiles	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Uranus	Neptune	Sirius	Etoile polaire	Galaxie Andromède
Distance moyenne au Soleil, e	58.10 <sup>6</sup> km	108.10 <sup>6</sup> km	150.10 <sup>6</sup> km	228.10 <sup>6</sup> km	2 870.10 <sup>6</sup> km	4 500.10 <sup>6</sup> km	8 al	300 al	2 10 <sup>6</sup> al

Nous voulons représenter toutes ces distances sur une droite munie d'une graduation régulière. Si 100 millions de km est représenté par un mm, quelle devrait être la dimension de la feuille pour arriver à notre fin ?

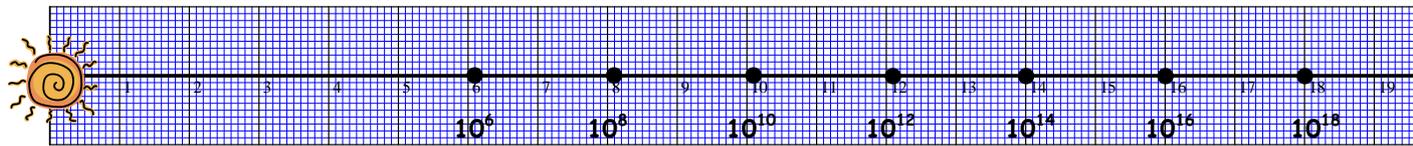
La galaxie Andromède est à 2 millions d'années-lumière, soit environ  $1,9 \times 10^{19}$  km.

La longueur  $l$  de la feuille serait de :  $l = \frac{1,9 \times 10^{19}}{100 \times 10^6} = 1,9 \times 10^{11}$  mm, soit  $1,9 \times 10^8$  m soit 190 000 km !

000 km !

Les calculs précédents montrent qu'il est impossible de représenter ces distances sur une graduation régulière. Construisons alors une graduation où chaque nombre correspondrait à un exposant de dix. Par exemple, la graduation 7 correspondrait à  $10^7$ , et inversement,  $10^{16}$  correspondrait à la graduation 16.

Construire le repère en plaçant les points des distances  $10^6$  à  $10^{19}$ .



Le repère ainsi formé est une fonction qui, à une puissance de dix fait correspondre son exposant.

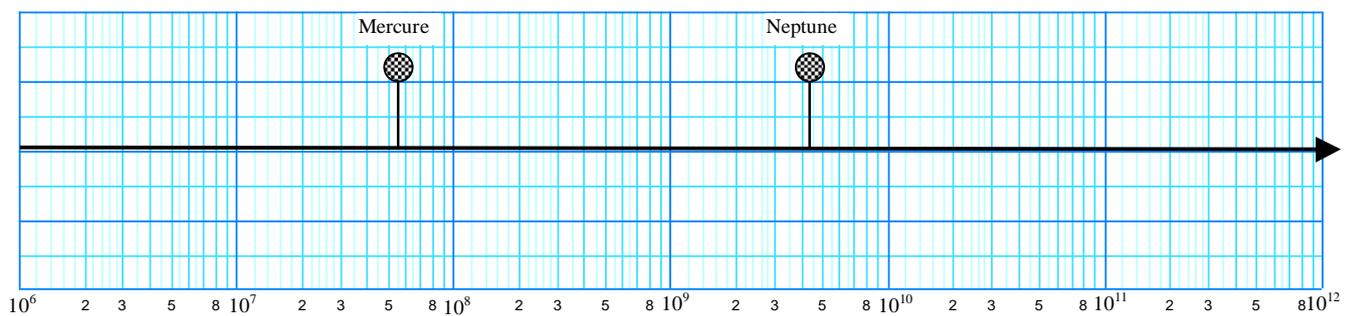
Cette **fonction** existe, elle est appelée **logarithme décimal** et est notée "**log**" :  $\log(10^x) = x$

➤ *Papier logarithmique*

Il existe un papier appelé « **papier logarithmique** », où les deux axes sont des échelles logarithmiques. Le « **papier semi-logarithmique** » est tel que l'un des axes est gradué normalement, l'autre axe est une échelle logarithmique.

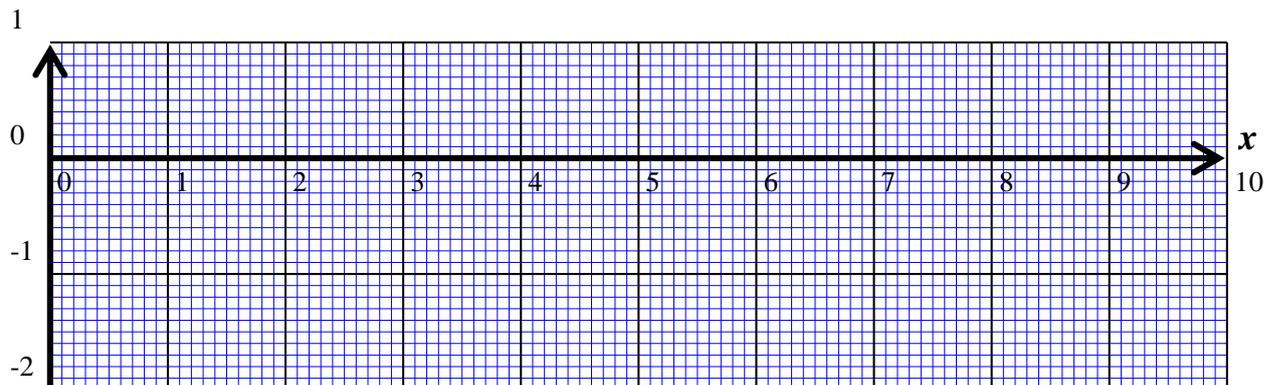
La graduation suivant une échelle logarithmique signifie que la mesure de l'ordonnée n'est pas la valeur elle-même, mais son logarithme. Elle permet de représenter une grandeur ayant une grande amplitude de variation. On peut donc placer directement les nombres sans avoir à les calculer leurs log.

Par exemple, on peut placer sur l'axe ci-dessous gradué avec une échelle logarithmique la distance de Mercure et Neptune au Soleil, soit respectivement  $58 \cdot 10^6$  km et  $4,5 \cdot 10^9$  km.



➤ *Repère semi-logarithmique*

$\log x$



➤ *Application*

**Utilisation de papier semi-logarithmique**

L'axe des abscisses porte les années : il est gradué régulièrement.

L'axe des ordonnées porte la valeur : il est gradué suivant une échelle logarithmique. Cela signifie que la mesure de l'ordonnée n'est pas la valeur elle-même, mais son logarithme.

**Exemple :**

Retrouvons notre heureux capitaliste dont la fortune est multipliée par dix chaque année.

Nombre d'années $n$	0	1	2	3	4	5	6	7
Fortune $F$ (€)	1	10						

Représenter ces points dans le repère semi-logarithmique ci-dessous :

